

寒假作业 数学 八年级(配人教版)

参 考 答 案

练习一 三角形

基础启航

1. C 2. B 3. C 4. B 5. C 6. C 7. B

8. 三角形具有稳定性 9. 36°

10. 720° 11. 七

知能扬帆

12. A 13. A 14. D 15. C

16. 二十 17. 40° 18. 6

19. 解:根据三角形的内角和定理得,三角形除去 60° 角后,两角的度数为 $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,

则根据四边形的内角和定理得, $\angle 1 + \angle 2 =$

$360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$.

故 $\angle 1 + \angle 2$ 的度数为 240° .

勇立潮头

20. B 21. A 22. 60° 23. 30°

24. (1) 证明: $\because CF$ 平分 $\angle DCE$, $\therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2} \angle DCE$. $\because \angle DCE = 90^\circ$, $\therefore \angle 1 = 45^\circ$. $\because \angle 3 = 45^\circ$, $\therefore \angle 1 = \angle 3$. $\therefore CF \parallel AB$.

(2) 解: $\because \angle D = 30^\circ$, $\angle 1 = 45^\circ$, $\therefore \angle DFC = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$.

综合应用

25. 解:如图, $\because \angle 2 = \angle A + \angle B$,

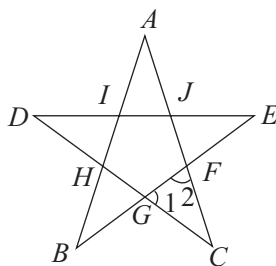
$\angle 1 = \angle D + \angle E$,

$\angle 1 + \angle 2 + \angle C = 180^\circ$,

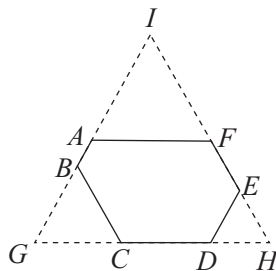
$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$.

$\because \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E$,

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 180^\circ \div 5 = 36^\circ$. 即每个角的度数是 36° .



26. 解:如图所示,分别将线段 AB, CD, EF 向两端延长交于点 G, H, I .



因为六边形 $ABCDEF$ 的六个内角都相等,所以每个角均为 120° ,

所以 $\triangle BCG, \triangle DEH$ 和 $\triangle AFI$ 均为等边三角形,

所以 $GC = BC = 3, DH = EH = DE = 2, IF = AF$,

$HI = GH = 3 + 3 + 2 = 8, IE = IH - EH = 8 - 2 = 6$,

所以 $EF + AF = EF + IF = IE = 6$,

所以这个六边形的周长为 $AB + BC + CD + DE + EF + AF = 1 + 3 + 3 + 2 + 6 = 15$.

27. 4 个(图略).

28. (1) $\frac{\theta}{2}$ 【解析】 $\because A_1B$ 是 $\angle ABC$ 的平分线,
 A_1C 是 $\angle ACD$ 的平分线,

$$\therefore \angle A_1BC = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$$\angle A_1CD = \frac{1}{2} \angle ACD,$$

$$\text{又} \because \angle ACD = \angle A + \angle ABC,$$

$$\angle A_1CD = \angle A_1BC + \angle A_1,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) = \frac{1}{2} \angle ABC + \angle A_1,$$

$$\therefore \angle A_1 = \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\because \angle A = \theta,$$

$$\therefore \angle A_1 = \frac{\theta}{2}.$$

故答案为 $\frac{\theta}{2}$.

(2) 同(1)解析可得, $\angle A_n = \frac{\theta}{2^n}$. 故答案为 $\frac{\theta}{2^n}$.

知行合一

29. 略

30. 解:(1) 由于 CD 的延长线位于正五边形的边的中线上,且平分该边,且正五边形的每一边的平分线都是垂直的,所以 $\angle OCD$ 为 90° .

(2) 解:由第二个图形可知, $\angle AOB$ 被平分成了三个角,每个角为 60° ,它将成为展开得到图形的中心角,那么所剪出的平面图形的边数是 $360^\circ \div 60^\circ = 6$. 所以得到的图形是正六边形.

练习二 全等三角形

基础启航

1. C 2. B 3. B 4. A 5. 不正确;边长不相等的等边三角形不全等

6. 30° 7. $AD = AE$

8. $AC = DF$ (答案不唯一) 9. 20

10. SSS 11. 4

12. 证明: $\because DE \parallel AB, \therefore \angle ADE = \angle CAB$.

$$\text{在} \triangle ADE \text{ 和} \triangle BAC \text{ 中}, \because \begin{cases} \angle ADE = \angle CAB, \\ AD = BA, \\ \angle DAE = \angle B, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BAC$ (ASA). $\therefore BC = AE$.

13. 证明: $\because C$ 是 AB 的中点,

$$\therefore AC = BC.$$

$$\text{在} \triangle ACD \text{ 和} \triangle BCE \text{ 中}, \because \begin{cases} AC = BC, \\ AD = BE, \\ CD = CE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SSS).

$$\therefore \angle A = \angle B.$$

14. 证明: $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AB = AC, \\ \angle BAD = \angle CAD, \\ AD = AD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$.

$$\therefore BD = CD.$$

$$\therefore \angle DBC = \angle DCB.$$

知能扬帆

15. D 16. C 17. B 18. D 19. B 20. 3

21. 15

22. 证明: $\because CE \perp AF, BF \perp AF$,

$$\therefore \angle DEC = \angle DFB = 90^\circ.$$

$\because AD$ 为 BC 边上的中线,

$$\therefore BD = CD.$$

又 $\because \angle EDC = \angle FDB$,

$\therefore \triangle BFD \cong \triangle CED$ (AAS).

$$\therefore BF = CE.$$

23. 证明: $\because DE \perp AB, DF \perp AC$,

$$\therefore \angle DEB = \angle DFC = 90^\circ,$$

$\therefore D$ 是 BC 的中点,

$\therefore BD = CD$.

在 $\triangle BED$ 和 $\triangle CFD$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle BDE = \angle CDF, \\ \angle BED = \angle CFD, \\ BD = CD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BED \cong \triangle CFD$ (AAS).

$\therefore DE = DF$.

$\therefore DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F ,

\therefore 点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上,

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$.

24. 解: $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle BCE + \angle ACD = 90^\circ$.

又 $BE \perp CE$, $\therefore \angle BCE + \angle CBE = 90^\circ$,

$\therefore \angle CBE = \angle ACD$.

在 $\triangle CBE$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} \angle E = \angle ADC = 90^\circ, \\ \angle CBE = \angle ACD, \\ BC = CA, \end{cases}$$

$\therefore \triangle CBE \cong \triangle ACD$ (AAS).

$\therefore BE = CD = 3$ cm, $CE = AD = 7$ cm,

$\therefore DE = CE - CD = 4$ cm.

勇立潮头

25. (1) 证明: $\because AC$ 平分 $\angle BAD$,

$CE \perp AB$ 于点 E , $CF \perp AD$ 于点 F ,

$\therefore \angle CFD = \angle CEB = 90^\circ$, $CE = CF$.

在 $\text{Rt} \triangle BCE$ 和 $\text{Rt} \triangle DCF$ 中,

$$\begin{cases} BC = DC, \\ CE = CF, \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt} \triangle BCE \cong \text{Rt} \triangle DCF$ (HL).

(2) 解: $\because \text{Rt} \triangle BCE \cong \text{Rt} \triangle DCF$,

$\therefore DF = BE$.

如图所示, 在 AE 上截取 $AG = AD$, 连接 CG .

$\because AC$ 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

在 $\triangle ADC$ 和

$\triangle AGC$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AD = AG, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ AC = AC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle AGC$ (SAS).

$\therefore DC = CG$.

又 $\because DC = BC$,

$\therefore CG = CB$.

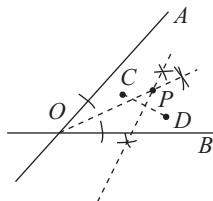
又 $\because CE \perp AB$,

$\therefore GE = BE$.

$\therefore GE = BE = \frac{1}{2}(AB - AG) = \frac{1}{2}(21 - 9) = 6$,

$\therefore DF = 6$.

26. 如图所示, 作 CD 的垂直平分线 EF , 与 $\angle AOB$ 的平分线的 OH 交于点 P , 此时货站 P 到两条公路 OA, OB 的距离相等.



27. (1) 证明: 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AC = EC, \\ \angle ACB = \angle ECD, \\ BC = DC, \end{cases} \therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC \text{ (SAS)}.$$

$\therefore \angle A = \angle E$, $\therefore AB \parallel DE$.

(2) 解: 当 $0 \leq t \leq 4$ 时, $AP = 2t$ cm.

当 $4 < t \leq 8$ 时, $BP = (2t - 8)$ cm,

$\therefore AP = 8 - (2t - 8) = (16 - 2t)$ cm.

综上所述, 线段 AP 的长为 $2t$ cm 或 $(16 - 2t)$ cm.

(3) 解: 根据题意, 得 $DQ = t$ cm, 则 $EQ = (8 - t)$ cm.

由(1), 得 $\angle A = \angle E$, $ED = AB = 8$ cm,

当线段 PQ 过点 C 时,在 $\triangle ACP$ 和 $\triangle ECQ$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle A = \angle E, \\ AC = EC, \\ \angle ACP = \angle ECQ, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACP \cong \triangle ECQ$ (ASA). $\therefore AP = EQ$.

当 $0 < t \leq 4$ 时, $2t = 8 - t$, 解得 $t = \frac{8}{3}$.

当 $4 < t \leq 8$ 时, $16 - 2t = 8 - t$, 解得 $t = 8$, 此时, 点 P 与点 A 重合, 点 Q 与点 E 重合, 符合题意.

综上所述, 当线段 PQ 经过点 C 时, t 的值为 $\frac{8}{3}$ 或 8.

综合运用

28. (1) 证明: $\because \angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAC + \angle CAD = 90^\circ, \angle CAD + \angle DAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAC = \angle DAE$.

在 $\triangle BAC$ 和 $\triangle DAE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AD, \\ \angle BAC = \angle DAE, \\ AC = AE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAC \cong \triangle DAE$ (SAS).

(2) 解: $\because \angle CAE = 90^\circ, AC = AE$,

$\therefore \angle E = 45^\circ$.

由(1)知 $\triangle BAC \cong \triangle DAE$,

$\therefore \angle BCA = \angle E = 45^\circ$.

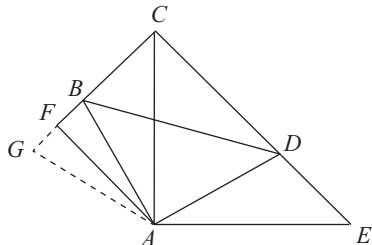
$\because AF \perp BC$,

$\therefore \angle CFA = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAF = 45^\circ$,

$\therefore \angle FAE = \angle FAC + \angle CAE = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$.

(3) 证明: 延长 BF 到点 G , 使得 $FG = FB$, 连接 AG .



$\because AF \perp BG$,

$\therefore \angle AFG = \angle AFB = 90^\circ$.

在 $\triangle AFB$ 和 $\triangle AFG$ 中,

$$\therefore \begin{cases} FB = FG, \\ \angle AFB = \angle AFG, \\ AF = AF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFB \cong \triangle AFG$ (SAS).

$\therefore AB = AG, \angle ABF = \angle G$.

$\because \triangle BAC \cong \triangle DAE$,

$\therefore AB = AD, \angle CBA = \angle EDA, CB = ED$,

$\therefore AG = AD, \angle ABF = \angle CDA$,

$\therefore \angle G = \angle CDA$.

在 $\triangle CGA$ 和 $\triangle CDA$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle GCA = \angle DCA, \\ \angle G = \angle CDA, \\ AG = AD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle CGA \cong \triangle CDA$ (AAS).

$\therefore CG = CD$,

$\because CG = CB + BF + FG = CB + 2BF = DE + 2BF$,

$\therefore CD = 2BF + DE$.

知行合一

29. 观察发现: 第二个图形在第一个图形的周长的基础上多了其周长的 $\frac{1}{3}$,

第三个在第二个的基础上, 多了其周长的 $\frac{1}{3}$,

依此类推, 第二个周长是 $3 \times \frac{4}{3}$,

第三个周长是 $3 \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$,

第四个周长是 $3 \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$,

第五个周长是 $3 \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$.

则得到的第五个图形的周长是

$$3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{256}{27}.$$

练习三 轴对称

基础启航

1. A 2. A 3. A 4. A 5. B 6. D 7. A

8. C 9. A

10. -2, -3 11. 90° 12. 40°

知能扬帆

13. C 14. 6 15. 15° 16. 70° 17. 3

18. 解: \because 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 25^\circ$,

$$\therefore \angle B = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ.$$

$\because \triangle CDB'$ 由 $\triangle CDB$ 翻折而成,

$$\therefore \angle CB'D = \angle B = 65^\circ.$$

$\because \angle CB'D$ 是 $\triangle AB'D$ 的外角,

$$\therefore \angle ADB' = \angle CB'D - \angle A = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ.$$

19. 证明: (1) $\because CD$ 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle FCD = \angle BCD.$$

$\because EF \parallel BC$,

$$\therefore \angle FDC = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle FCD = \angle FDC,$$

$$\therefore DF = FC,$$

$\therefore \triangle DFC$ 是等腰三角形.

(2) $\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle EBD = \angle CBD.$$

$\because EF \parallel BC$,

$$\therefore \angle EDB = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle EDB,$$

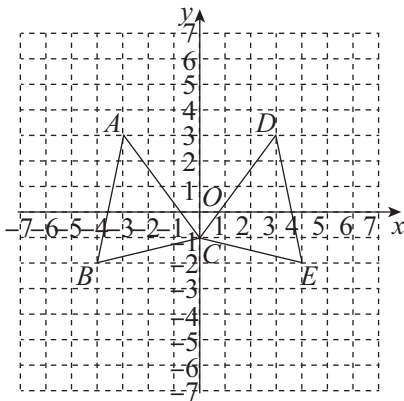
$$\therefore DE = BE.$$

由(1)得, $DF = FC$,

$$\therefore EF = DE + DF = BE + CF.$$

20. (1) $(-3, 3)$, $(-4, -2)$

(2) 解: 如图所示, $\triangle DEC$ 即为所求,



(3) 9.5 【解析】 $\triangle ABC$ 的面积为 $4 \times 5 - \frac{1}{2} \times$

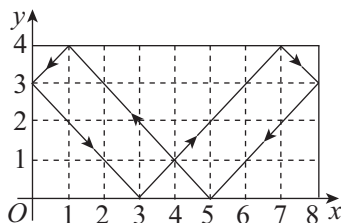
$$1 \times 5 - \frac{1}{2} \times 4 \times 1 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 9.5.$$

勇立潮头

21. B 22. D 23. 6 24. 300° 25. 9

26. 解:

如图所示, 第6次反弹时是从 $(0, 3)$ 出发,



\therefore 每6次碰到矩形的边为一个循环组, 依次循环.

$$\because 2025 \div 6 = 337 \cdots 3,$$

\therefore 点P第2025次碰到矩形的边时是第338个循环组的第3次碰边,

所处坐标为 $(8, 3)$.

综合应用

27. (1) 证明: $\because \angle BAC = \angle DAE$,

$$\therefore \angle BAC + \angle CAD = \angle DAE + \angle CAD,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE. \text{ 在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle ACE \text{ 中,}$$

$$\therefore \begin{cases} AB=AC, \\ \angle BAD=\angle CAE, \\ AD=AE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS).

(2) ①②③

(3) $\angle A + \angle BED = 180^\circ$.

证明: $\because \angle BDC = 60^\circ, BD = CD$,

$\therefore \triangle BDC$ 是等边三角形,

$\therefore BD = BC, \angle DBC = 60^\circ$.

$\therefore \angle ABE = \angle DBC$,

$\therefore \angle ABD = \angle CBE$.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle EBC$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AB=EB, \\ \angle ABD=\angle EBC, \\ BD=BC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBC$ (SAS).

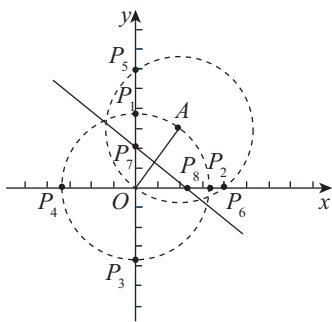
$\therefore \angle BEC = \angle A$,

$\therefore \angle BED + \angle BEC = 180^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle BED = 180^\circ$.

知行合一

28. 如图所示,使 $\triangle AOP$ 是等腰三角形的点 P 有 8 个.



29. (1) 下午 1 时 30 分

(2) D

(3) 略

练习四 整式的乘法

基础启航

1. B 2. C 3. C 4. B 5. C 6. A

7. $-8a^3b^3, -6x^6$

8. $y^{12}, -3y^2$

9. $2x^2 + 5x - 12$

10. $a^2 - \frac{1}{4}$

11. $-\frac{1}{2}$

12. 解: 原式 $= 27a^6 - a^6 = 26a^6$.

13. 解: 原式 $= -2x^3y^2 + 8x^2y^2 - 4xy^3$.

14. 解: 原式 $= 2x(5x^2 + 3x + 1) - 4(5x^2 + 3x + 1)$
 $= 10x^3 + 6x^2 + 2x - 20x^2 - 12x - 4$
 $= 10x^3 - 14x^2 - 10x - 4$.

15. 解: 原式 $= -4a^3 \div (-4a^2) + 12a^2b \div (-4a^2) - 7a^3b^2 \div (-4a^2)$
 $= a - 3b + \frac{7}{4}ab^2$.

16. 解: 原式 $= 6x^2 - 9x + 2x - 3 - 6x^2 + 24x + 5x - 20 = 22x - 23$,

将 $x=2$ 代入原式, 得原式 $= 44 - 23 = 21$.

17. 解: 原式 $= x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x = 2x^2 + 1$,

当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, 原式 $= \frac{3}{2}$.

知能扬帆

18. C 19. C 20. C 21. C

22. $(b-a)^9$

23. 4

24. 6.4×10^{10}

25. 解: $[(2x+y)^2 - y(y+4x) - 8x] \div 4x$
 $= (4x^2 + 4xy + y^2 - y^2 - 4xy - 8x) \div 4x$
 $= (4x^2 - 8x) \div 4x$
 $= 4x^2 \div 4x - 8x \div 4x$
 $= x - 2$.

26. 解: 原式 $= x^2 + 2xy + y^2 - 2x^2 - 6xy + x^2 - 4y^2$
 $= -4xy - 3y^2,$

当 $x = -1, y = 2$ 时, 原式 $= 8 - 12 = -4$.

27. 解: $2(b^2 - a^2) + (a+b)(a-b) - (a-b)^2$
 $= 2b^2 - 2a^2 + a^2 - b^2 - a^2 + 2ab - b^2$
 $= -2a^2 + 2ab,$

当 $a = -3, b = 2$ 时, 原式 $= -18 - 12 = -30$.

勇立潮头

28. C 29. C

30. ± 10

31. 6

32. -1 或 1 或 3

33. (1) 原式 $= 2025^2 - (2025 - 1) \times (2025 + 1)$
 $= 2025^2 - 2025^2 + 1 = 1.$

(2) 原式 $= (a - c)^2 - b^2 = a^2 - 2ac + c^2 - b^2.$

34. 解: (1) 由三角形三边关系知, $a + b > c, a + c > b$, 故 $a + b - c > 0, b - a - c < 0, a - b + c > 0$,

$\therefore P = |a + b - c| - |b - a - c| + |a - b + c|$
 $= a + b - c + b - a - c + a - b + c$
 $= a + b - c.$

(2) $P \cdot (a - b + c)$
 $= (a + b - c)(a - b + c)$
 $= a^2 - ab + ac + ab - b^2 + bc - ac + bc - c^2$
 $= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc.$

35. 解: (1) $\because (a + b)^2 = 5, (a - b)^2 = 3,$

$\therefore a^2 + 2ab + b^2 = 5, a^2 - 2ab + b^2 = 3.$

$\therefore 2(a^2 + b^2) = 8,$

$\therefore a^2 + b^2 = 4.$

(2) $\because a^2 + b^2 = 4, (a + b)^2 = 5,$

$\therefore 4 + 2ab = 5,$

$\therefore ab = \frac{1}{2}.$

$\therefore 6ab = 3.$

36. 解: $\because m = 2^{125} = (2^5)^{25} = 32^{25},$

$n = 3^{75} = (3^3)^{25} = 27^{25},$

又 $\because 32 > 27,$

$\therefore 32^{25} > 27^{25},$

$\therefore m > n.$

综合应用

37. (1) $\frac{13}{2}$

(2) 解: 根据题意可得,

图中阴影部分的面积 $=$

$a^2 - 2 \times \frac{1}{2}b(a - b) = a^2 + b^2 - ab.$

根据题意, 得 $a^2 + 2ab + b^2 = 36,$

$\therefore ab = 9,$

$\therefore a^2 + b^2 + 2 \times 9 = 36,$

$\therefore a^2 + b^2 = 18.$

\therefore 图中阴影部分的面积 $= 18 - 9 = 9.$

(3) 解: 令 $2025 - x = m, x - 2024 = n,$

则 $m + n = 2025 - x + x - 2024 = 1,$

且 $mn = -5,$

$\therefore (2025 - x)^2 + (x - 2024)^2$

$= m^2 + n^2$

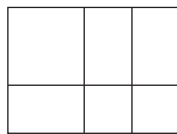
$= (m + n)^2 - 2mn$

$= 1^2 - 2 \times (-5)$

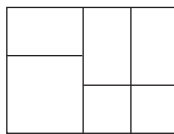
$= 11.$

知行合一

38. (1) 如图所示,



或



故答案为 $a^2 + 3ab + 2b^2 = (a + b)(a + 2b).$

(2) 解: $(a + 3b)(2a + b) = 2a^2 + 7ab + 3b^2,$

所以需用 1 号卡片 2 张, 2 号卡片 3 张, 3 号卡片 7 张.

练习五 因式分解

基础启航

1. D 2. A 3. C 4. D 5. D 6. D

$$7. 4a^2b^2$$

$$8. x(x+2)(x-2)$$

9. 3

$$10. (1) 3a(2x+y)(2x-y); (2) (x-5)^2.$$

知能扬帆

11. B 12. B

$$13. (1) \text{原式} = (a-3)(x+y).$$

$$(2) \text{原式} = (x-3)(x-3-2) = (x-3)(x-5).$$

$$(3) \text{原式} = (3x-4y)(5x-3y+x-5y) = (3x-4y) \cdot (6x-8y) = 2(3x-4y)^2.$$

$$(4) \text{原式} = 4m[(2a-3b)^2 - 9n^2] = 4m(2a-3b+3n) \cdot (2a-3b-3n).$$

$$(5) \text{原式} = (3a+3b+4a-4b)(3a+3b-4a+4b) = (7a-b)(7b-a).$$

$$(6) \text{原式} = [4-3(x-1)]^2 = (7-3x)^2.$$

$$14. (1) \text{原式} = (-2)^{100} \times (-2) + (-2)^{100} = (-2)^{100} \times (-2+1) = -2^{100}.$$

$$(2) \text{原式} = 3^4 \times (5+4+1) = 81 \times 10 = 810$$

$$(3) \text{原式} = 3.14 \times (53+47) \times (53-47) = 3.14 \times 100 \times 6 = 1884.$$

$$(4) \text{原式} = (202+98)^2 = 300^2 = 90000.$$

勇立潮头

15. 20 16. 2 17. 0 18. 4

19. 解: $\because x, y$ 互为相反数,

$$\therefore y = -x.$$

$$\therefore (x+3)^2 - (y+3)^2$$

$$= (x+3)^2 - (-x+3)^2$$

$$= x^2 + 6x + 9 - x^2 + 6x - 9$$

$$= 12x,$$

即 $12x = 6,$

$$\text{解得 } x = \frac{1}{2},$$

$$\therefore y = -x = -\frac{1}{2}.$$

故 x, y 的值分别是 $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}.$

$$20. \text{证明: } (4n+3)^2 - (2n+3)^2$$

$$= (6n+6) \cdot 2n$$

$$= 12n(n+1),$$

$\because n$ 为正整数,

$\therefore n$ 和 $(n+1)$ 是连续的正整数,

$\therefore n$ 和 $(n+1)$ 中一定有一个是偶数,

$\therefore 12n(n+1)$ 一定是 24 的倍数,

$\therefore (4n+3)^2 - (2n+3)^2$ 能被 24 整除.

$$21. \text{解: } \because a+b=3,$$

$$\therefore \text{原式} = a^2 - b^2 + 6b = (a+b)(a-b) + 6b =$$

$$3(a-b) + 6b = 3a + 3b = 3(a+b) = 9.$$

$$22. \text{解: } a(a+1) - (a^2+2b) = 1,$$

$$\therefore a^2 + a - a^2 - 2b = 1,$$

$$\therefore a - 2b = 1.$$

$$a^2 - 4ab + 4b^2 - 2a + 4b$$

$$= (a-2b)^2 - 2(a-2b)$$

$$= (a-2b)(a-2b-2),$$

当 $a-2b=1$ 时, $(a-2b)(a-2b-2)$

$$= 1 \times (1-2)$$

$$= 1 \times (-1)$$

$$= -1.$$

综合运用

23. 解: 正确, 理由如下.

$$(2n+1)^2 - (2n-1)^2$$

$$= 4n^2 + 4n + 1 - (4n^2 - 4n + 1)$$

$$= 4n^2 + 4n + 1 - 4n^2 + 4n - 1$$

$$= 8n.$$

$\because 8n$ 中含有因数 8,

∴ $8n$ 能被 8 整除,

即任意两个连续奇数的平方差能被 8 整除.

24. 证明: ∵ $n(n+5) - (n-3)(n+2)$

$$= (n^2 + 5n) - (n^2 - n - 6)$$

$$= n^2 + 5n - n^2 + n + 6$$

$$= 6n + 6$$

$$= 6(n+1),$$

又 $n \geq 1$,

∴ 总能被 6 整除.

知行合一

25. (1) $2^{32} - 1$

(2) $\frac{3^{32} - 1}{2}$

(3) 解: 当 $m \neq n$ 时, 原式 $= \frac{1}{m-n} (m-n)(m+n) \times (m^2 + n^2)(m^4 + n^4)(m^8 + n^8)(m^{16} + n^{16}) = \frac{m^{32} - n^{32}}{m-n}$;

当 $m = n$ 时, 原式 $= 2m \cdot 2m^2 \cdot \dots \cdot 2m^{16} = 32m^{31}$.

练习六 分式

基础启航

1. B 2. B 3. C 4. A 5. C 6. C

7. 4.5×10^{-5} 8. a

9. 解: (1) 原式 $= -\frac{7ab c^2 \cdot 2ac}{7ab c^2 \cdot 9b^2} = -\frac{2ac}{9b^2}$.

(2) 原式 $= \frac{a(a+3b)}{b(3b+a)} = \frac{a}{b}$.

(3) 原式 $= \frac{(n+3)(n-3)}{n(3-n)} = \frac{(n+3)(n-3)}{-n(n-3)} = -\frac{n+3}{n}$.

(4) 原式 $= \frac{x(x-3y)}{(x-3y)^2} = \frac{x}{x-3y}$.

10. 解: (1) $\frac{1}{3x^2} = \frac{4y}{3x^2 \cdot 4y} = \frac{4y}{12x^2 y}$,

$$\frac{5}{12xy} = \frac{5 \cdot x}{12xy \cdot x} = \frac{5x}{12x^2 y}.$$

(2) $\frac{a}{2b} = \frac{a \cdot 6a^2}{2b \cdot 6a^2} = \frac{6a^3}{12a^2 b}$,

$$\frac{b}{3a^2} = \frac{b \cdot 4b}{3a^2 \cdot 4b} = \frac{4b^2}{12a^2 b},$$

$$\frac{c}{4ab} = \frac{c \cdot 3a}{4ab \cdot 3a} = \frac{3ac}{12a^2 b}.$$

(3) $\frac{b}{a-b} = \frac{b(a-b)}{(a-b)(a-b)} = \frac{ab-b^2}{(a-b)^2}$,

$$\frac{a}{(b-a)^2} = \frac{a}{(a-b)^2}.$$

(4) $\frac{1}{x^2-4} = \frac{2}{2(x+2)(x-2)} = \frac{2}{2x^2-8}$,

$$\frac{x}{2x-4} = \frac{x}{2(x-2)} = \frac{x(x+2)}{2(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{x^2+2x}{2(x+2)(x-2)} = \frac{x^2+2x}{2x^2-8}.$$

知能扬帆

11. A 12. C 13. B

14. -3

15. $-\frac{9x^2}{2y}, \frac{y^2}{4x^2}$

16. $\frac{a^6 b^3}{c^3}$

17. $\frac{a-b}{b}$

18. 解: (1) $(6 \times 10^{-8}) \times (3 \times 10^{-5})$

$$= 18 \times 10^{-8-5}$$

$$= 1.8 \times 10^{-12}.$$

(2) 原式 $= \frac{c(a+b)}{abc} - \frac{a(b+c)}{abc}$

$$= \frac{ac+bc-ab-ac}{abc}$$

$$= \frac{b(c-a)}{abc}$$

$$= \frac{c-a}{ac}.$$

(3) $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x-1}{x^2+x} = \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)}$.

$$\frac{x-1}{x(x+1)} = \frac{1}{x}.$$

$$(4) \text{ 原式} = \frac{(a+2b)(a-2b)}{(a+b)^2} \cdot \frac{1}{a-2b} \cdot$$

$$\frac{a(a+b)}{a+2b} = \frac{a}{a+b}.$$

$$19. \text{ 解: 原式} = \frac{(x+2)(x-2)}{x-3} \cdot \frac{x-3}{x-2} = x+2,$$

当 $x=2025$ 时, 原式 $= 2025+2=2027$.

$$20. \text{ 解: 原式} = \frac{(x-2)^2}{2x} \cdot \frac{x^2}{x(x-2)} = \frac{x-2}{2}.$$

$\because x \neq 0$ 且 $x-2 \neq 0$,

$\therefore x \neq 0$ 且 $x \neq 2$,

\therefore 取 $x=1$, 则原式 $= -\frac{1}{2}$.

勇立潮头

21. D 22. C 23. D

24. $m < 6$ 且 $m \neq 0$

25. -1 或 5 或 $-\frac{1}{3}$

26. (1) 原分式方程无解. (2) $x = -4$.

27. 解: (1) 设乙队每天修 x 米, 则甲队每天修 $2x$ 米. 根据题意列方程为

$$\frac{600}{x} - \frac{600}{2x} = 5.$$

解得 $x=60$.

经检验, $x=60$ 是原方程的解.

$\therefore 2x=120$.

答: 甲队每天修 120 米, 乙队每天修 60 米.

(2) 设安排乙队施工 m 天, 则安排甲队需施工

$$\frac{4800-60m}{120} \text{ 天}.$$

依题意可得, $0.5m + 1.2 \times \frac{4800-60m}{120} \leq 45$,

$\therefore 0.1m \geq 3$,

解得 $m \geq 30$.

答: 至少安排乙队施工 30 天.

综合应用

28. (1) 8

(2) 解: 将分式变形为 $-2 - \frac{3}{x^2+1}$. 由于 $x^2 \geq 0$,

则 $x^2+1 \geq 1$, 进而 $0 < \frac{3}{x^2+1} \leq 3$. 因此, 分式的最小值为 $-2-3=-5$.

(3) 2, 3, 5, 6

知行合一

$$\begin{aligned} 29. \text{ 解: } & (x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)(x^{16}+1) \\ &= \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)(x^{16}+1)}{x-1} \\ &= \frac{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)(x^{16}+1)}{x-1} \\ &= \frac{(x^4-1)(x^4+1)(x^8+1)(x^{16}+1)}{x-1} \\ &= \frac{(x^8-1)(x^8+1)(x^{16}+1)}{x-1} \\ &= \frac{(x^{16}-1)(x^{16}+1)}{x-1} \\ &= \frac{x^{32}-1}{x-1} (x \neq 1). \end{aligned}$$